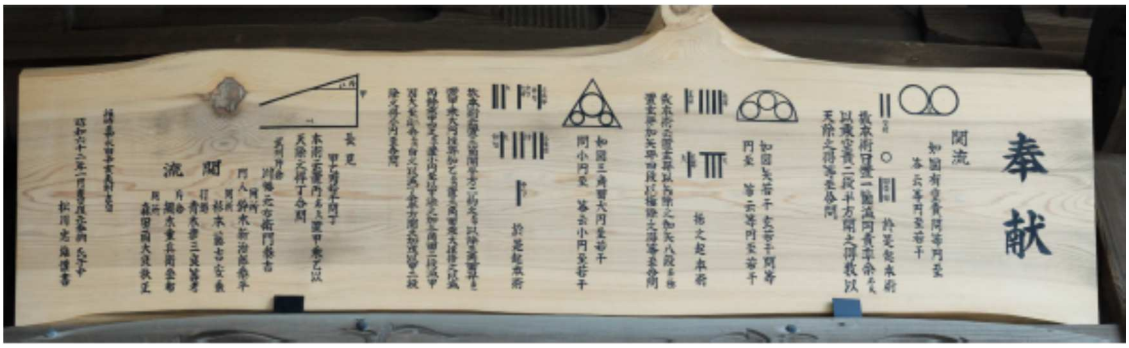
東京都八王子市

片倉・住吉神社の『算額』 の解説

◀　『片倉・住吉神社』の社殿
所在：東京都八王子市片倉町２４７５
（ＪＲ横浜線　片倉駅　徒歩７分）

社殿の右上に小さく額が写って見えます。これを拡大したのが、下の写真です。数学の図・問題・解答が書かれています。



▲片倉・住吉神社の『算額』

江戸期に数学(和算)を学び、研究した人々がいました。彼らの中の一部の人は、「自分の数学の力が今後とも向上する」ことを祈願し、学んだ数学の問題を『額』に書き込み、寺社に奉納しました。後世、これを『算額』と呼びました。上の住吉神社の『算額』は、１８５１年江戸末期に奉納されました。（２頁に内容を再現しました。）

この小冊子(１頁～１５頁)は、２０１５年３月の八王子市『いちょう塾作品展』に出展し、その翌年に、「補論」（１６頁～２３頁)を付け加えて全文を解読終了し、『２０１６年いちょう塾作品展』に出展したものです。

学園都市大学古文書研究会
文責：会員　吉田　健一
表紙写真撮影・検証：会員　長倉　勉

『住吉神社の算額』について

算額奉納者は、川幡元右衛門泰吉(片倉)筆頭に、門弟、鈴木新次郎泰平(片倉)・杉本藤吉安乗(片倉)・青木彦三郎纂考(打越)・綱木重兵衛金布(片倉)・森田○大良扶正(片倉)の６人の名が、２頁の算額の文末に書かれています。片倉周辺在住の人々です。「関流(せきりゅう)」とは、１６００年後半に後世に「算聖」といわれた「関孝和(せき　たかかず)」の数学(筆者はどんな数学か現時点ではわからない)を継承した和算流派・グループなのでしょう。

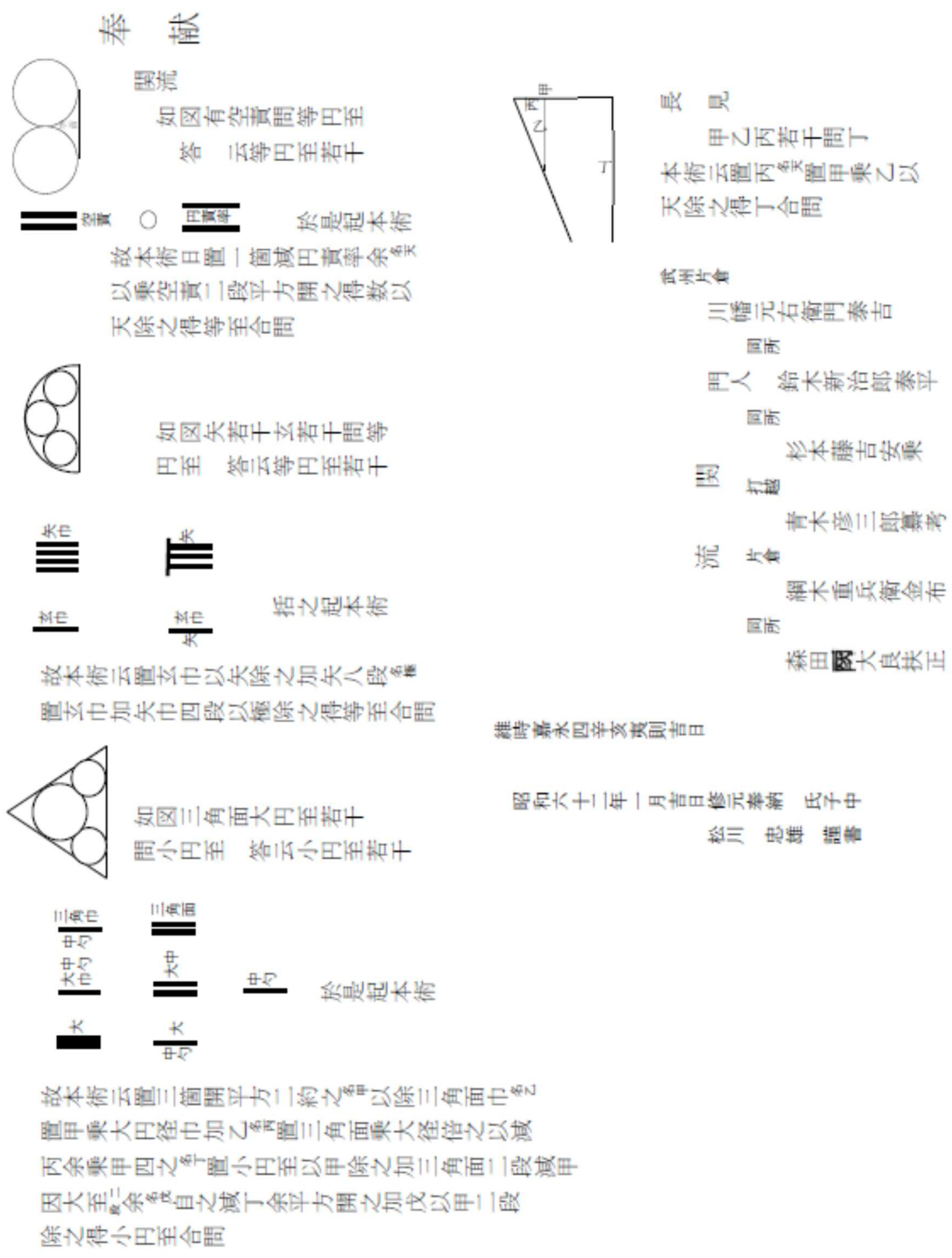
奉納の年月は「維時嘉永四辛亥夷則吉日」とあり、嘉永四辛亥＝１８５１年、夷則＝陰暦七月、ペリー来航＝１８５３年の２年前です。続いて「昭和六十二年一月吉日修元奉納　氏子中」とあり、実物の風雪劣化の為に、１９８７年に氏子の方々が複製を２枚作り、実物と１枚の複製を『八王子市郷土資料館』に暗室保存し、もう１枚の額が住吉神社にかけられ、私達はその内容を知ることができます。

『いちょう塾作品展』への出展・展示

私達の「学園都市大学古文書研究会―会員約５０名」は、２０１４年３月の作品展に初めて参加し、一年間勉強してきた古文書の解読文を多数掲示・展示し、同時に『住吉神社の算額』の解読・解答も掲示しました。筆者の書いた手書きノートを拡大コピーで掲示しました。来場者の方には、数学問題の計算過程を立ったまま壁面で読んでいただきました。２０１５年３月の出展では、壁面・手書き拡大コピーと同時に、これを小冊子にし、自宅で計算過程の式が確認できるようにと思い準備しました。

３頁以降に、算額の４問の解説を書きました。筆者は、まず現代数学の方程式で解き、次に漢文で書いた解を数式・文字式に直し、両者を比較・検証して正誤の判断をしました。複雑と思われる２・３問目の問題は、ピタゴラス定理で立式し、式が２次方程式になり、解の公式を使って解きました、現代の中学３年生の教科書で習う分野です。文字式なので煩雑感がありますが、昔日を思い出され、計算してみても良いのでは？　解説は、途中の計算過程をなるべく省略しないで記述したつもりです。この住吉神社の算額４問は、『多摩の算額　佐藤健一著』の本で、現代数学で解かれているそうです。

困難なのは、漢文の解読です。和算固有の用語が多数使用されています。偶然にも会員酒匂氏よりお借りした『近畿の算額　近畿数学史編』の巻末の「和算用語の解説　藤井貞雄」を頼りに、解読できました。インターネット「hyonemitsu.web.fc2.com/wasanyogo.pdf」の「和算用語一覧」でも見れます。筆者は、４０数年前の高校生の頼りない漢文知識しかないのですが、和算の用語集を拝借できた会員酒匂氏に大いに感謝しています。　表紙の写真と２頁の算額の内容は、会員長倉氏から転載しました。そもそも、算額の解明は、会員田中氏が御自宅改装の為、仮住いの折、散歩途中に住吉神社の額が目に留まり何が書いてあるか疑問を持ち、これを撮影し研究会に報告したのが発端です。会員田中氏の疑問は、究明できたと思います。　市民の皆様、３頁以下に目を通していただければ、１６０年前の奉納者６人の心意気が伝わるのではないかと思います。



奉献

関流

如図有空責問等円至

答　云等円至若干

於是起本術

故本術曰置一箇減円責率余名天

以乗空責二段平方開之得数以

天除之得等至合問

如図矢若干玄若干問等

円至　答云等円至若干

括之起本術

故本術云置玄巾以矢除之加矢八段名極

置玄巾加矢巾四段以極除之得等至合問

如図三角面大円至若干

問小円至　答云小円至若干

於是起本術

故本術云置三箇開平方二約之名甲以除三角面巾名乙

置甲乗大円径巾加乙名丙置三角面乗大径倍之以減

丙余乗甲四之名丁置小円至以甲除之加三角面二段減甲

因大至二段余名戊自之減丁余平方開之加戊以甲二段

除之得小円至合問

長見

甲乙丙若干問丁

本術云置丙名天置甲乗乙以

天除之得丁合問

武州片倉

川幡元右衛門泰吉

同所

門人　鈴木新治郎泰平

同所

杉本藤吉安秉

関　打越

青木彦三郎纂考

流　片倉

綱木重兵衛金布

同所

森田関大良扶正

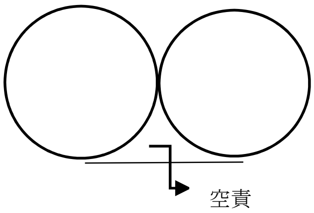
維時嘉永四辛亥夷則吉日

昭和六十二年一月吉日修元奉納　氏子中

松川　忠雄　謹書

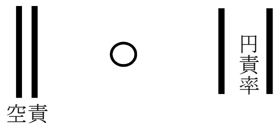
（上は、算額の写真を活字化したものです。紙面の都合で、上下二段にしました。この原文は、当会の会員・「長倉　勉」氏が作成したものです。）

１．片倉住吉神社算額―１問目



如図有空責問等円至

答　云等円若干



於是起本術

故本術日置一箇減円責率余名天
以乗空責二段平方開之得数以
天除之得等円至合問

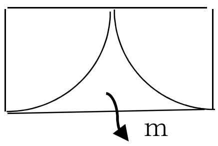
１－１．設問の内容は・・・。

漢文の用語は、空責＝図の面積のこと、円至＝円の直径。

「図の如く、空責の面積　が或る値の時、２個の等円の直径　はどの様に求まるか？」　と問われている。「答　云　等円至若干」は、「答　等円の直径は或る値になると云う」意味で、「故本術日・・・」以下に、解答は詳しく書かれている。

１－２．設問を現代数学で解くと・・・。

２個の等円の直径を x、空責の面積を m とすると、下記の様に、面積で立式できる。



→　長方形の面積＝円の面積の $\frac{1}{4}$ ×２個＋空責の面積 m となる。

上記の式を数式にすると、$\frac{x}{2}\times x=\frac{x}{2}\times\frac{x}{2}\times\pi\times\frac{1}{4}\times 2+m$　→　整理して、$\frac{1}{2}x^2=\frac{\pi}{8}x^2+m$

両辺×８より　$4x^2=\pi x^2+8m$　→　$(4-\pi)x^2=8m$　→ $x^2=\frac{8m}{4-\pi}$　→

$x>0$ より　$x=\sqrt{\frac{8m}{4-\pi}}$　・・・①　これが、現代数学で求めた　等円の直径です。

１－３．奉納者の漢文の解を解読すると、・・・。

「故本術日・・・」以下を解読しましょう。和算の固有の用語が使われているので、その意味を説明しながら、解説します。

○「置一箇　減円責率　余名天」。

一箇　…整数１のこと。　減○　…○を減ずる・ひくこと。　余　…ある計算した答えのこと。　名天　…天と名付けること。　円責率　…$\frac{\pi}{4}$ のこと　で、少々説明が必要でしょう。

現代数学では　円の面積＝半径×半径×円周率(π)　を使うが、和算では　円の面積＝直径×直径×円積率($\frac{\pi}{4}$)　で計算した。現代数学の半径の式を直径に変えると、半径×半径×π＝直径×直径×$\frac{1}{4}$×π＝直径×直径×$\frac{\pi}{4}$　に変形できる、**この　$\frac{\pi}{4}$　を和算では、円積率とよんで、円の面積を直径の式で計算した。**１６２７年に初版が刊行された『塵劫記(じんこうき)』吉田光由(みつよし)の著作は、江戸期の寺子屋の教科書・大ベストセラーになるが、この初版本で、円周率を「円(まる)きめくり法」＝π＝３．１６の値で、円積率を「まるき法」＝３．１６÷４＝０．７９の値で、使われている。

「置一箇　減円責率　余名天」は、整数１を置いてこれより円積率($\frac{\pi}{4}$)をひいた余りを　天と名付ける、という意味になる。これは、式にすると、$1-\frac{\pi}{4}$＝天　である。

○「以乗空責二段・・・得数　以天除之」。
二段　…２倍のこと、三段なら３倍。　乗○二段　…○に２倍乗ずること。
除　…わること。　天除之　…天で之を除すこと。　以○　…○をすることによって
「以乗空責二段・・・得数　以天除之」は、空責mに二倍を乗じることによって、さらに天で之を除すことによって得た数、だから得数とは２×(空責m)÷($1-\frac{\pi}{4}$)　→　$\dfrac{2m}{1-\frac{\pi}{4}}$　だ。

○「・・・平方開之得数・・・」は、得た数を√で開くという意味だ。
「以乗空責二段　平方開之得数　以天除之」は、結局、式で書くと、$\sqrt{\dfrac{2m}{1-\frac{\pi}{4}}}$　になる。

「得等至　合問」は、等円の直径を得て設問に合う筈だと結んでいる。だから、算額奉納者の漢文の解は、結局、　等円の直径＝$\sqrt{\dfrac{2m}{1-\frac{\pi}{4}}}$　・・・②　であると書かれている。

１－４．現代数学の解と漢文の解を比較すると、・・・。

現代数学の解＝$\sqrt{\dfrac{8m}{4-\pi}}$　・・・①　であり、漢文の解＝$\sqrt{\dfrac{2m}{1-\frac{\pi}{4}}}$　・・・②　でした。

解①と解②は、異なるように見えるが、同一のものです。①を変形すると、②になる。具体的には、①の√の中の分母・分子を４で割れば、②と同じになります。

$$①=\sqrt{\frac{8m}{4-\pi}}=\sqrt{\frac{8m\div 4}{(4-\pi)\div 4}}=\sqrt{\frac{2m}{1-\frac{\pi}{4}}}=②$$

よって、漢文の解は、現代数学の解と一致し、正しい答になっています。

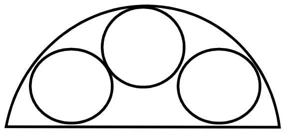
１－５．算木(さんぎ)の意味

→２×空責。　○　→　意味不明。

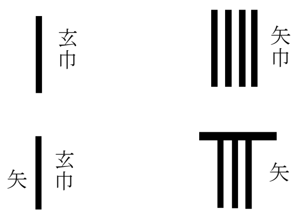
→　円積率

「於是起本術」＝「是より本術を起こす」だから、現代数学の項に当たると思われる。

２．片倉住吉神社算額－２問目



如図矢若干玄若干問等
円至　答云問円至若干



括之起本術

故本術云置玄巾以矢除之加矢八段名極
置玄巾加矢巾四段以極除之得等至合問

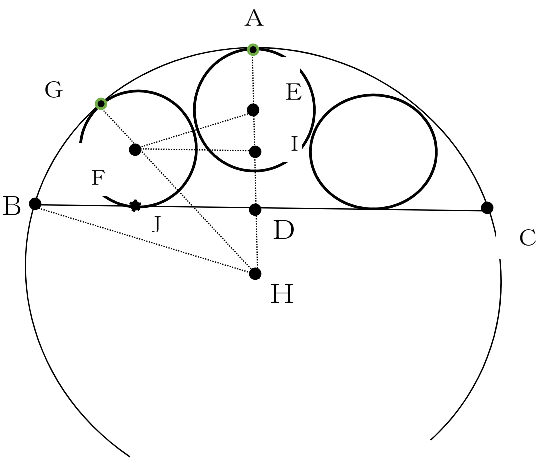
２－１．設問の内容は・・・。

「如図　矢若干　玄若干　問等円至」と問われている。用語の意味は、「矢(“し”と読む)」… 弓型の頂点から弦の中点を結んだ直線を指す、「玄(げん)」… 弓型の直線部分でいわゆる弦のこと、「若干」… ある値をとること、「等円至」 … ３個の等円の直径のこと。図の様に弓型内部に３個の等円が内接する時、矢(し)と弦がある値になったら３個の等円の直径は、どの様にもとめられるか？　が、設問の内容です。

２－２．設問を現代数学で解くと・・・。

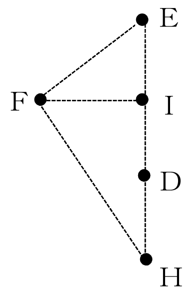
神社の算額の実物の図は一見すると半円にみえるが、設問に半円と書かれていないので、弓型＝円の一部　の内接円３個で解かないといけない。従って、上図のように、はっきりとした弓型の図を書いた。下図はもう少し詳細にした図で、設問は、「矢」＝ＡＤ、「玄」＝ＢＣが、ある値の時、「円至」＝円の直径を求めよ　ということになる。

矢＝ＡＤ＝a， 玄＝ＢＣ＝b， 円至＝直径＝x　とすると、x ＝ （数字と a と b の式）の形で答えることになるが、a と b と x だけでは立式できない。



そこで、大円の直径＝c　として、

大円の半径＝ＡＨ＝ＧＨ＝ＢＨ＝$\frac{c}{2}$　も使って、式を考える。⊿ＥＦＨの内部に直角三角形ＥＦＩと直角三角形ＨＦＩがあり、ピタゴラス(三平方)の定理が使える。上図と左図を参照して、各辺の長さを、a と b と c と x を使って下記の様に表現できる。



ＥＦ＝円Ｅの半径＋円Ｆの半径＝$\frac{x}{2}+\frac{x}{2}=x$

ＥＩ＝ＡＤ－（ＡＥ＋ＩＤ）＝$a-\left(\frac{x}{2}+\frac{x}{2}\right)=a-x$　（ＩＤ＝ＦＪ）

ＨＦ＝ＨＧ－ＧＦ＝$\frac{c}{2}-\frac{x}{2}$

ＨＩ＝ＡＨ－（ＡＥ＋ＥＩ）＝$\frac{c}{2}-\left(\frac{x}{2}+a-x\right)=\frac{c}{2}-a+\frac{x}{2}$

直角三角形ＥＦＩについて三平方定理より、 $FI^2=EF^2-EI^2=x^2-(a-x)^2$

直角三角形ＨＦＩについて三平方定理より $FI^2=HF^2-HI^2=\left(\frac{c}{2}-\frac{x}{2}\right)^2-\left(\frac{c}{2}-a+\frac{x}{2}\right)^2$

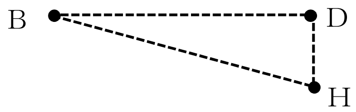
FI^2 で等しいから、 $x^2-(a-x)^2=\left(\frac{c}{2}-\frac{x}{2}\right)^2-\left(\frac{c}{2}-a+\frac{x}{2}\right)^2$　…①　を立式できる。

①式を展開、(　)を外す。$x^2-a^2+2ax-x^2=\frac{c^2}{4}-\frac{cx}{2}+\frac{x^2}{4}-\frac{c^2}{4}-a^2-\frac{x^2}{4}+ac+ax-\frac{cx}{2}$

上式を同類項整理すると、$2ax=-cx+ac+ax$　→　$ax+cx=ac$　…　②　　になる。

この①から x を求められるが、c がはいり、a と b で表せない。c を消去する必要がある。

そこで、図を見直すと、直角三角形ＢＨＤの三平方定理で c を a と b で表せられる。



ＢＤ＝玄の半分＝$\frac{b}{2}$　　ＨＤ＝ＡＨ－ＡＤ＝$\frac{c}{2}-a$

ＢＨ＝大円の半径＝$\frac{c}{2}$

三平方定理より、 $BH^2=BD^2+HD^2$　だから、

$$\left(\frac{c}{2}\right)^2=\left(\frac{b}{2}\right)^2+\left(\frac{c}{2}-a\right)^2 \quad\to\quad \frac{c^2}{4}=\frac{b^2}{4}+\frac{c^2}{4}-ac+a^2$$

両辺×４　$c^2=b^2+c^2-4ac+4a^2$ → $4ac=4a^2+b^2$ → $c=\dfrac{4a^2+b^2}{4a}$　…③

③を②へ代入して、②の c を消去できる。

②は、$ax+\dfrac{4a^2+b^2}{4a}\times x=a\times\dfrac{4a^2+b^2}{4a}$ → $ax+\dfrac{4a^2+b^2}{4a}\times x=\dfrac{4a^2+b^2}{4}$

両辺×4a　$4a^2x+(4a^2+b^2)x=a(4a^2+b^2)$

同類項くくると、$(4a^2+4a^2+b^2)x=a(4a^2+b^2)$ → $(8a^2+b^2)x=a(4a^2+b^2)$

これより、$x=\dfrac{a(4a^2+b^2)}{8a^2+b^2}$　…　④　これが、現代数学で解いた設問の円の直径である。

２－３．奉納者の漢文の解を解読すると・・・。

「置玄巾以矢除之加矢八段名極」「置玄巾加矢巾四段以極除之」「得等至合問」を解読する。

○「置玄巾　以矢除之　加矢八段　名極」を　矢 a と玄 b　で数式にする。

巾　…「べき」と読み２乗すること。　玄巾(げんべき)　…玄を２乗→b^2

矢除之　…矢(し)＝a　で之＝b^2 を除す。「置玄巾　以矢除之」…$b^2 \div a$ → $\dfrac{b^2}{a}$ のこと。

八段　…８倍のこと。　加矢八段　…矢の８倍を加える。　名極　…極と名付けること。

「置玄巾　以矢除之　加矢八段　名極」は、$\dfrac{b^2}{a}+8a=\dfrac{b^2+8a^2}{a}$＝極

○「置玄巾　加矢巾四段　以　極除之」を数式にする。

矢巾　…矢(し)を２乗すること。　矢巾四段　…矢巾を４倍→$4a^2$

「置玄巾　加矢巾四段」…b^2+4a^2　「極除之」…之＝b^2+4a^2 を極で除すこと。

$$\to\quad (b^2+4a^2)\div\frac{b^2+8a^2}{a}=(b^2+4a^2)\times\frac{a}{b^2+8a^2}=\frac{(b^2+4a^2)\times a}{b^2+8a^2}=\frac{a(4a^2+b^2)}{8a^2+b^2}\quad\cdots⑤$$

この⑤が漢文で書かれた解を、a と b を使った数式にしたものです。

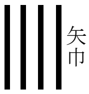
２－４．現代数学の解と漢文の解を比較すると、・・・。

現代数学の解④は　$x=\dfrac{a(4a^2+b^2)}{8a^2+b^2}$　、漢文の解⑤＝$\dfrac{a(4a^2+b^2)}{8a^2+b^2}$　であり、

よって、漢文の解は、現代数学の解と一致し、正しい答になっています。

２－５．算木(さんぎ)の意味

「括之起本術」＝「之を括り本術を起こす」とあり、現代数学の項、下の４項を使った或る方程式を立式し、求める、と述べている。その式は、書かれていないので不明です。

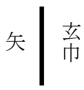


矢巾(しべき)＝矢の２乗のこと。

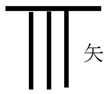
→　$4\times$矢$^2=4a^2$

玄巾＝玄の２乗のこと。

→　$1\times$玄$^2=b^2$

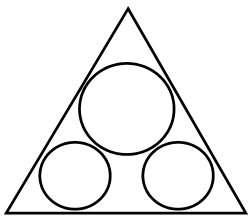


→　玄$^2\div$矢$=\dfrac{b^2}{a}$

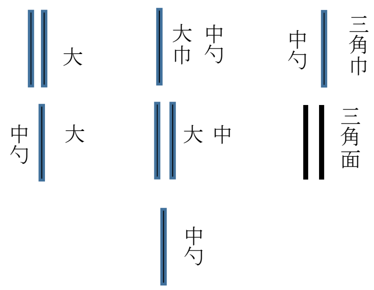


→　$8\times$矢$=8a$

３．片倉住吉神社の算額―３問目



如図三角面大円至若干
問小円至　答云小円至若干



於是起本術

故本術云置三箇開平方二約之名甲以除三角面巾名乙
置甲乗大円径巾加乙名丙置三角面乗大径倍之以減
丙余乗甲余四之名丁置小円至以甲除之加三角面二段減甲
因大至ニ段余名戊自之減丁余平方開之加戊以甲二段
除之得小円至合問

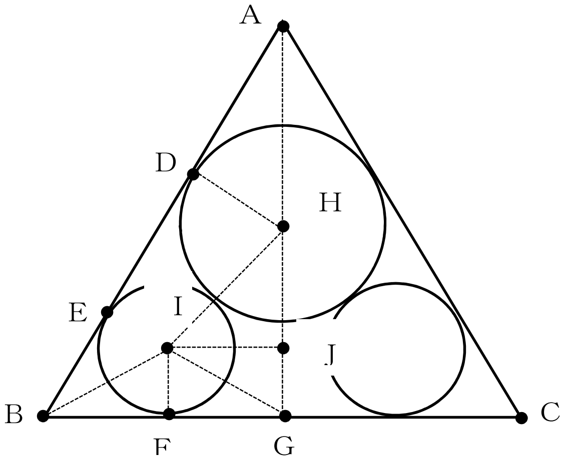
３－１．設問の内容は・・・。

「如図　三角面　大円至　若干　問小円至」と問われている。用語の意味は、「三角面」…正三角形の一辺のこと、「三角」も正三角形、余計なことだが、二等辺三角形は「圭(けい)」、直角三角形は「勾股弦(こうこげん)」、不等辺三角形は「三斜(さんしゃ)」という。「大円至」…大円の直径。「若干」…ある値をとること。「小円至」…小円の直径。

よって、設問は、正三角形の中に、図の様に内接する大円と等しい２個の小円があって、正三角形の一辺の長さと大円の直径がある値をとる時、２個の等しい小円の直径を求めよということ。**要は、小円直径を、正三角形一辺の長さと大円直径によって示せ　が設問である。**「答云　小円至　若干」は、答えは、小円直径は或る値になると云い、「故本術云・・・」以下に詳細に書かれている。

３－２．設問を現代数学で解くと・・・。

２個の等しい小円至(小円直径)をx、三角面(正三角形の一辺)をa、大円至(大円直径)＝b、として、xの方程式を立式し、xをaとbの文字式で表したものが、解答です。



⊿ＨＩＪが直角三角形だから、ピタゴラス定理(三平方)定理により、

$IJ^2 + HJ^2 = HI^2$　で立式できる。下記は、⊿ＨＩＪの３辺の長さを計算するのに必要な辺の長さを求めたものです。

ＢＧ＝$\frac{a}{2}$　であり、

⊿ＡＢＧは　60°の直角三角形だから、

ＡＧ＝$BG\times\frac{\sqrt{3}}{1}=\frac{a}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{1}=\frac{\sqrt{3}a}{2}$

ＨＤ＝$\frac{b}{2}$ であり、⊿ＡＤＨは　60°の直角三角形だから、ＡＨ＝$HD\times\frac{2}{1}=\frac{b}{2}\times\frac{2}{1}=b$

ＩＦ＝$\frac{x}{2}$ であり、⊿ＩＢＦは　30°の直角三角形だから、ＢＦ＝$IF\times\frac{\sqrt{3}}{1}=\frac{x}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{1}=\frac{\sqrt{3}x}{2}$

ＪＧ＝ＩＦ＝$\frac{x}{2}$

３辺は、ＩＪ＝ＢＧ－ＢＦ＝$\frac{a}{2}-\frac{\sqrt{3}x}{2}$、　　ＨＪ＝ＡＧ－ＡＨ－ＪＧ＝$\frac{\sqrt{3}a}{2}-b-\frac{x}{2}$、

ＨＩ＝$\frac{b}{2}+\frac{x}{2}$　になり、$IJ^2 + HJ^2 = HI^2$　より、

$\left(\frac{a}{2}-\frac{\sqrt{3}x}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}a}{2}-b-\frac{x}{2}\right)^2=\left(\frac{b}{2}+\frac{x}{2}\right)^2$　ｘの二次方程式であり、展開してxを求める。

$$\left(\frac{a}{2}-\frac{\sqrt{3}x}{2}\right)^2=\frac{a^2}{4}-\frac{\sqrt{3}ax}{2}+\frac{3x^2}{4}$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}a}{2}-b-\frac{x}{2}\right)^2=\frac{3a^2}{4}+b^2+\frac{x^2}{4}-\sqrt{3}ab+bx-\frac{\sqrt{3}ax}{2}$$

$$\left(\frac{b}{2}+\frac{x}{2}\right)^2=\frac{b^2}{4}+\frac{bx}{2}+\frac{x^2}{4}$$

$$\frac{a^2}{4}-\frac{\sqrt{3}ax}{2}+\frac{3x^2}{4}+\frac{3a^2}{4}+b^2+\frac{x^2}{4}-\sqrt{3}ab+bx-\frac{\sqrt{3}ax}{2}=\frac{b^2}{4}+\frac{bx}{2}+\frac{x^2}{4}$$

同類項を整理すると、 $\frac{3x^2}{4}+\frac{bx}{2}-\sqrt{3}ax+a^2-\sqrt{3}ab+\frac{3b^2}{4}=0$

両辺×４にて分母を払う　　$3x^2+2bx-4\sqrt{3}ax+4a^2-4\sqrt{3}ab+3b^2=0$

$$3x^2+2\left(b-2\sqrt{3}a\right)x+4a^2-4\sqrt{3}ab+3b^2=0$$

二次方程式の　解の公式(x の係数が偶数の場合の公式)より、

$$x=\frac{-\left(b-2\sqrt{3}a\right)\pm\sqrt{\left(b-2\sqrt{3}a\right)^2-3\left(4a^2-4\sqrt{3}ab+3b^2\right)}}{3}\quad\cdot\cdot\cdot①$$

上式①の√の中は、$b^2-4\sqrt{3}ab+12a^2-12a^2+12\sqrt{3}ab-9b^2=8\sqrt{3}ab-8b^2$　になる

から、結局、　$x=\frac{-b+2\sqrt{3}a\pm\sqrt{8\sqrt{3}ab-8b^2}}{3}$　・・・②

これが、現代数学で求めた、小円至直径です。

３－３．奉納者の漢文の解を解読すると・・・。

「故本術云・・・」以下が、漢文で書かれた解です。漢文を解読し、数式に直します。

「置三箇開平方二約之名甲以除三角面巾名乙」「置甲乗大円径巾加乙名丙」
「置三角面乗大径倍之以減丙余乗甲四之名丁」「置小円至以甲除之加三角面二段減甲因大至二段余名戊」「自之減丁余平方開之加戊以甲二段除之」「得小円至合問」　の解読です。

この３問目の**算額の漢文の文中に一箇所だけ書き損じがあり、**上記の下線部分です。**「<u>小</u>円至」は、「<u>大</u>円至」が正しい。**求めようとしている小円至の値の計算手順の途中に、小円至の値をいれることはないので、**誤りは明らかで、大円至なら、計算手順に合致します。**ここでは、「大円至」に直して解読します。氏子の方々が作り直した複製の額は、原文と誤りが無いように複数の人が目を通している筈なので、１８５１年の奉納者の額自体に書き損じが生じていたと思われます。大過はありません。

○**「置三箇開平方　二約之　名甲　以除三角面巾　名乙」**の部分の解読。
三箇…整数３のこと。開平方…√にすること。「三箇開平方」…整数３を√にする。
約…割る(÷)のこと。ニ約之…２で之を約す(÷)。

「三箇開平方二約之名甲」…３を√にして２で之を約す、$\rightarrow \sqrt{3} \div 2 \rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2}$＝甲

三角面…正方形の一辺(a)のこと。巾(べき)…２乗。「三角面巾」…正方形一辺の２乗＝a^2
△以除三角面巾…△を以て(△で)、三角面巾(a^2)を割る→　$a^2 \div$△、

「置三箇開平方二約之　名甲　以除三角面巾　名乙」→　$a^2 \div \dfrac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \dfrac{2a^2}{\sqrt{3}}$＝乙

○**「置甲乗大円径巾　加乙　名丙」**の部分の解読。

大円径巾…大円径の２乗＝b^2。甲乗大円径巾…甲×b^2→　$\dfrac{\sqrt{3}}{2} \times b^2$。加乙…$+\dfrac{2a^2}{\sqrt{3}}$　。

「置甲乗大円径巾　加乙　名丙」→　$\dfrac{\sqrt{3}}{2} \times b^2 + \dfrac{2a^2}{\sqrt{3}} \rightarrow \dfrac{\sqrt{3}b^2}{2} + \dfrac{2\sqrt{3}a^2}{3}$＝丙

○**「置三角面乗大径　倍之　以減丙　余乗甲　四之　名丁」**の部分の解読。

三角面乗大径…$a \times b \rightarrow ab$。倍之…之を２倍。「三角面乗大径　倍之」…$a \times b \times 2 = 2ab$
△以減丙…△を以て(△で)、丙を減じる→丙を$2ab$で減じる。　余…減(引き算)の答。

「三角面乗大径　倍之　以減丙　余」…$\left(\dfrac{\sqrt{3}b^2}{2} + \dfrac{2\sqrt{3}a^2}{3}\right) - 2ab = \dfrac{\sqrt{3}b^2}{2} + \dfrac{2\sqrt{3}a^2}{3} - 2ab$

余乗甲…余×甲。　四之…之を４倍する。

「余乗甲　四之　名丁」…$\left(\dfrac{\sqrt{3}b^2}{2} + \dfrac{2\sqrt{3}a^2}{3} - 2ab\right) \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 4 \rightarrow 3b^2 + 4a^2 - 4\sqrt{3}ab$＝丁

○「**置<u>大</u>円至以甲除之　加三角面二段　減甲因大至二段　余　名戊**」の部分の解読。

大円至以甲除之…甲で大円至を除する。大円至÷甲→$b \div \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

三角面二段… $a \times 2$　$\rightarrow 2a$。因…乗(×)と同じ。甲因大至二段…甲×大至二段→$\dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 2b$

「大円至以甲除之　加三角面二段　減甲因大至二段　余」$\left(b \div \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) + (2a) - \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 2b\right)$

$$\rightarrow \quad \frac{2b}{\sqrt{3}} + 2a - \sqrt{3}b \quad \rightarrow \quad \frac{2\sqrt{3}b}{3} + 2a - \frac{3\sqrt{3}b}{3} \quad \rightarrow \quad 2a - \frac{\sqrt{3}b}{3} = \text{戊}$$

○「**自之減丁　余　平方開之　加戊　以甲二段除之**」の部分の解読。

自…自乗＝２乗のこと。　「自之減丁」…「之」は戊を指す。→戊^2 − 丁

「平方開之」…「之」は、「余」＝戊^2 − 丁 を指す。→戊^2 − 丁 を平方に開く。

「自之減丁　余　平方開之」　→　$\pm\sqrt{\text{戊}^2 - \quad \text{丁}}$

「自之減丁　余　平方開之　加戊」→　$\pm\sqrt{\text{戊}^2 - \quad \text{丁}} + \text{戊}$

「自之減丁　余　平方開之　加戊　以甲二段除之」→　甲二段除之…甲２倍で之を除す。

→　$\left(\pm\sqrt{\text{戊}^2 - \text{丁}} + \text{戊}\right) \div (\text{甲} \times 2)$　→　左記の　戊・丁・甲を文字 a と b・数式に直すと、

$$\left\{\pm\sqrt{\left(2a - \frac{\sqrt{3}b}{3}\right)^2 - \left(3b^2 + 4a^2 - 4\sqrt{3}ab\right)} + 2a - \frac{\sqrt{3}b}{3}\right\} \div \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\right) \quad \cdots ③$$

となる。

この漢文表記の直後に「**得小円至　合問**」と書いているので、③が、求める小円至直径であり、この設問の漢文の解答です。計算できる所を残したままの長い式で、書かれている。

３－４．現代数学の解と漢文の解を比較すると、・・・。

さて、現代数学の解は②　$x = \dfrac{-b + 2\sqrt{3}a \pm \sqrt{8\sqrt{3}ab - 8b^2}}{3}$　でした。

漢文の解③は、$\left\{\pm\sqrt{\left(2a - \dfrac{\sqrt{3}b}{3}\right)^2 - \left(3b^2 + 4a^2 - 4\sqrt{3}ab\right)} + 2a - \dfrac{\sqrt{3}b}{3}\right\} \div \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 2\right)$　です。

②と③は異なるが、③の漢文の式は、計算できる箇所を残しているので、計算できる箇所を、これより進めて簡略化していきます。

小円至③＝　$\left\{\pm\sqrt{\left(2a - \dfrac{\sqrt{3}b}{3}\right)^2 - \left(3b^2 + 4a^2 - 4\sqrt{3}ab\right)} + 2a - \dfrac{\sqrt{3}b}{3}\right\} \div \sqrt{3}$

$$= \frac{\pm\sqrt{\left(2a-\frac{\sqrt{3}b}{3}\right)^2-\left(3b^2+4a^2-4\sqrt{3}ab\right)}+2a-\frac{\sqrt{3}b}{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{-\frac{\sqrt{3}b}{3}+2a\pm\sqrt{\left(2a-\frac{\sqrt{3}b}{3}\right)^2-\left(3b^2+4a^2-4\sqrt{3}ab\right)}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{-\frac{\sqrt{3}b}{3}+2a\pm\sqrt{4a^2-\frac{4\sqrt{3}ab}{3}+\frac{b^2}{3}-\frac{9b^2}{3}-4a^2+\frac{12\sqrt{3}ab}{3}}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{-\frac{\sqrt{3}b}{3}+2a\pm\sqrt{\frac{8\sqrt{3}ab}{3}-\frac{8b^2}{3}}}{\sqrt{3}}$$ ・・・④　になり、更に変形できます。

分母の $\sqrt{3}$ を３にする為に分母・分子に $\sqrt{3}$ をかけます(分母の有理化といいます)。即ち、

$\dfrac{\text{分子}\times\sqrt{3}}{\text{分母}\times\sqrt{3}}$　をします。

$$④= \frac{\left(-\frac{\sqrt{3}b}{3}+2a\pm\sqrt{\frac{8\sqrt{3}ab}{3}-\frac{8b^2}{3}}\right)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$

$$= \frac{-\frac{\sqrt{3}b\times\sqrt{3}}{3}+2a\times\sqrt{3}\pm\sqrt{\left(\frac{8\sqrt{3}ab}{3}-\frac{8b^2}{3}\right)\times 3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{-b+2\sqrt{3}a\pm\sqrt{8\sqrt{3}ab-8b^2}}{3}$$ ・・・⑤

漢文の解③の計算できる部分を進めて、⑤に至りました。

現代数学の解②　$x=\dfrac{-b+2\sqrt{3}a\pm\sqrt{8\sqrt{3}ab-8b^2}}{3}$　と、漢文の解③・変形・簡略化後の⑤を比較すると、一致します。漢文の解は、正しい解答であると、検証できます。

３－５．算木(さんぎ)の意味

　記号は、算木と名詞を使って表現している、現代数学の項に当たると思われる。或る方程式を立て、その時に使った記号でしょう。推定ですが、どんな方程式なのかは、筆者には勉

強不足でわかりませんが、現代数学と同じように、ピタゴラス定理を使った式だと思われます。

中勾 | 三角巾　　「中勾　なかつり」は、三角形の高さのこと。

→　三角巾÷中勾。→　$a^2 \div \frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$

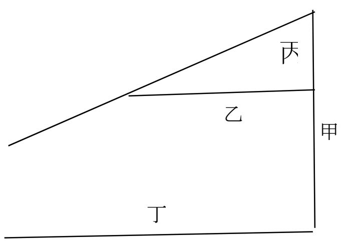
| 大巾 中勾　→　中勾×大巾。　→　$\frac{\sqrt{3}a}{2} \times b^2 = \frac{\sqrt{3}ab^2}{2}$

|| 大　→　２×大。→2b　　　|| 三角面　→　２×三角面。→2a

|| 大 中　→　２×中勾×大。　→　$2 \times \frac{\sqrt{3}a}{2} \times b = \sqrt{3}ab$

中勾 | 大　→　大÷中勾　→　$b \div \frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{2b}{\sqrt{3}a}$　　| 中勾　→　１×中勾　→　$\frac{\sqrt{3}a}{2}$

４．片倉住吉神社の算額―４問目



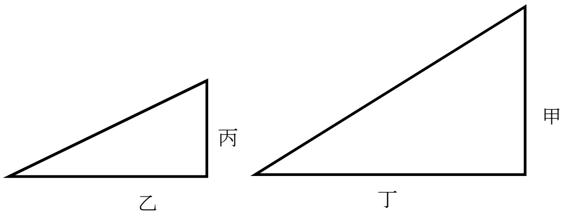
長　見
　甲乙丙若干問丁
本術云置丙名天置甲乗乙以
天除得丁合問

４－１．設問の内容は・・・。

「長見　甲乙丙若干　問丁」と問われている。
「長見(ちょうけん)」…測量術のことで、「町見術」「量地戍」「規矩術」「測量術」と同じ。
設問は、「測量の時、甲・乙・丙の長さが或る値の時に、丁の長さを求めよ」でしょう。

４－２．設問を現代数学で解くと・・・。

この設問は、現代数学でいうと、「相似(そうじ)」の問題で、「長見」＝測量で使う、とある。



両三角形が相似の時、長さの比は、

$\frac{\text{丙}}{\text{乙}}=\frac{\text{甲}}{\text{丁}}$　となる。

両辺×乙×丁で、分母を払う。

丙×丁＝甲×乙

丁を求めるのだから、

$\text{丁}=\frac{\text{甲}\times\text{乙}}{\text{丙}}$　・・・①　になり、丁は求まる。

４－３．奉納者の漢文の解を解読すると・・・。

「本術云・・・」以下で、詳しく解答をしている。

○「置丙　名天　置甲乗乙　以天除之　得丁　合問」を解読します。

丙＝天。　△以天除之…之は（甲×乙）を指す。→天(丙)で之(甲×乙)を除す。

→(甲×乙)÷天　すなわち、(甲×乙)÷丙　・・・②　となり、「得丁」(丁を得る)とした。

４－４．現代数学の解と漢文の解を比較すると、・・・。

現代数学の解①　$\text{丁}=\frac{\text{甲}\times\text{乙}}{\text{丙}}$　、又、漢文の解②は、(甲×乙)÷丙　、比較すると両者は、一致します。漢文の解は、正しく書かれています。

５．まとめ

４個の図と、２８７文字の謎　を解きました。　①現代数学の式で解く→②漢文を解読して現代数学の式に書き直す→③現代数学の解と漢文の解を比較して一致するか検討　の手順で、解説しました。奉納者の解は、４問とも正しく書かれていました。

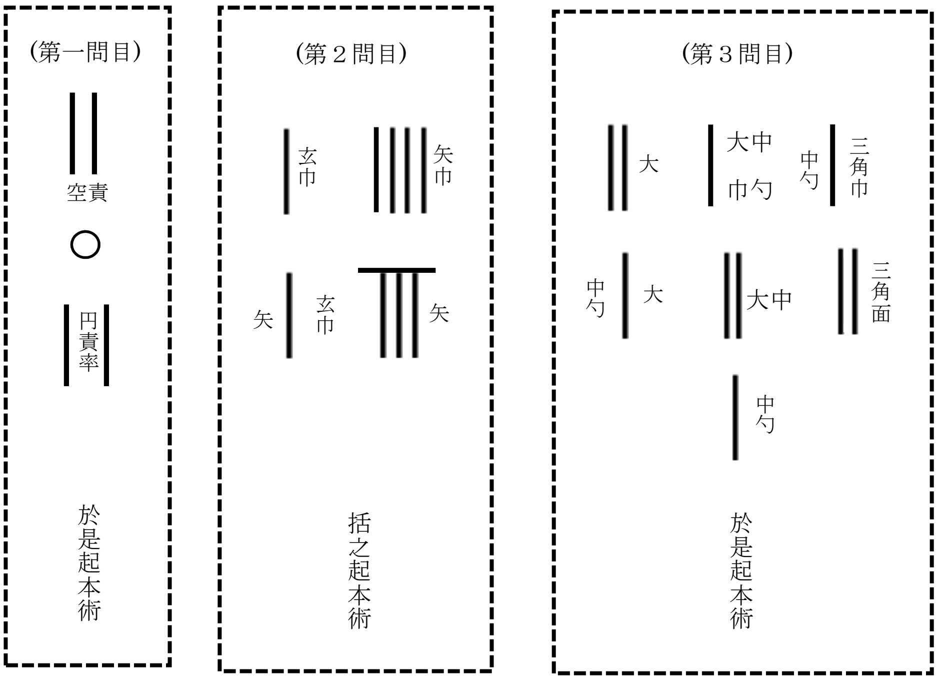
「於是　起本術　(是より本術を起こす)」の記号＝算木(さんぎ)の記号の四則計算の規則をどう使ったか、どんな方程式か、その方程式を計算する手順　が、この『算額』だけでは、わかりません。　どうやら、１６００年代からの数学「和算」の入り口に立っているようです・・・。　　　　・・・・２０１５年3月　記。

この小冊子を作品展に出展した後、その時点で筆者には理解できなかった問１・２・３の算木の記号について、少しばかり「和算」を勉強してみました。そして、江戸期の数式の表記の仕方を学び、和算の方程式であると、理解しました。次頁からの１６ページ～２３ページに、理解の及ばなかった算木の記号の解読を試み、これを『補論』として追加して、「２０１６年いちょう塾作品展」に提出したいと思います。これにより、『片倉・住吉神社の算額』の記述内容は全て解読できたと思っています。　　　　・・・・２０１６年３月　記。

１．『補論』を書いた理由について。

２０１４年３月、八王子市の「いちょう塾作品展」に、江戸時代後期・１８５１年奉納された「片倉・住吉神社の算額」に漢文で書かれている図形数学の問題と解答を解読し、それが、現代数学で解いた解答と一致して正しい解答になっている事を、計算したノートのコピーで発表しました。翌２０１５年３月の「いちょう塾作品展」では、前年の発表したノートの内容を、『片倉・住吉神社の算額　の解説』と題し、小冊子にして、出展・公開しました。算額の内容をほぼ全文解読し終えていますが、筆者の「和算」に関する知識不足により、下記の「算木(さんぎ)」の記号の部分が、奉納者達が計算に使った現代数学の「項」に当たるものではあるものの、「それが何を意味しているのか？」の疑問が残り、解明できませんでした。　その後、この残された宿題の解決を試み、一応の解答を出すことができたように思われ、その内容を『補論』として小冊子に追加し、この度、「２０１６年いちょう塾作品展」に出展しました。

算額の第１問目・第２問目・第３問目の下記の記号の意味する所　これが、論点です。



結論から申しますと、この文章の後に「故本術曰・・・(故に本術　曰く・・・)」と漢文で答が書かれているのですが、この答えが出る直前の、方程式であると推定できました。第１問目は２次方程式、第２問目は１次方程式、第３問目は２次方程式でした。この事を詳しく１７ページ以降に説明したいと思います。

尚、この算額の出題４問の内容についての漢文の解読と現代数学で解いた計算式の詳細は、１ページ～１５ページをお読み下さるようお願い致します。

２．補論―和算(わさん・日本独自の数学)に使われる「項」や「方程式」の予備知識。

論点に入る前に、江戸期の和算で使用された数字や方程式について、どのように表現したか　を知っておくことが必要なので、要点をまとめました。(愛知教育大学・内藤淳　論文・『和算における方程式』から、筆者が必要と思われる事を、まとめました。)

〇数字は、下記の様に、棒を組んで書いた。左から、１・２・３・４・５・６・７・８・９を表す。

𝍠　𝍡　𝍢　𝍣　𝍤　𝍥　𝍦　𝍧　𝍨

桁の多い数字、例えば、２０１５は、𝍪　〇　𝍩　𝍤　の様になる。奇数の桁は縦書きにし、偶数の桁は横書きで書き、０(ゼロ)は〇(空位という)で書いた。
マイナスの数、例えば、「－１６」は、𝍩　𝍥　の様に最終の桁にマイナスを斜め線　＼　で示した。

〇次は、和算の方程式の書き方を説明する。

１６７０年頃、「天元術(てんげんじゅつ)」が広まった。算木と算盤を使って方程式を計算した。１元２次方程式　$x^2-7x+12=0$　を次の様に算盤に置いてxを計算した。

百	十	一	
			商(しょう) (＝答えの事)
	𝍩	𝍡	実(じつ) (＝定数項)
		𝍦	法 or 方(ほう) (＝xの項)
		𝍠	廉(れん) (＝x^2の項)

右辺の「＝０」は表現されない。
１次方程式は、縦欄が、商(答え)・実(定数)・法(１次)の３段になる。

高次方程式は、縦欄が、商・実(定数)・法(１次)・初廉(２次)・次廉(３次)・三廉(４次)・四廉(５次)・・・偶(最高次)と増える。

その後、関孝和と弟子・建部賢弘が、紙上に書くことができる「点竄術(てんざんじゅつ)」＝「傍書法(ぼうしょほう)」を考案した。(建部賢弘『発微算法演段諺解(はつびさんぽうえんだんげんかい)１６８５年』に、師匠・関孝和が考案したと、されている。)

$$\boxed{\begin{array}{c}𝍩𝍡\\ 𝍦\\ 𝍠\end{array}}$$

左の式は、方程式(左辺＝０)である事を示す為に四角囲みをする。実(定数項)・法(１次の項)・廉(２次の項)などの文字は書かない。１２→定数項、－７→xの係数、１→x^2の係数　の様に数字係数と見做して、従って、現代数学の方程式の記述の、　$12-7x+x^2=0$　即ち、　$x^2-7x+12=0$　と理解できる。

更に、文字を使った文字式も可能になり、現代数学と同様な表現ができた。

|||甲　→３×甲　→３甲　の事。　現代数学の　３×a　→３a　に当たる。

|甲乙　→甲×乙　の事。　現代数学の　a × b　→ ab　に当たる。

乙|甲　→甲÷乙　の事。　現代数学の a ÷ b → $\frac{a}{b}$　に当たる。

|||甲
|乙　　左の上下の式は、多項式で　３甲＋乙x　に当たる。

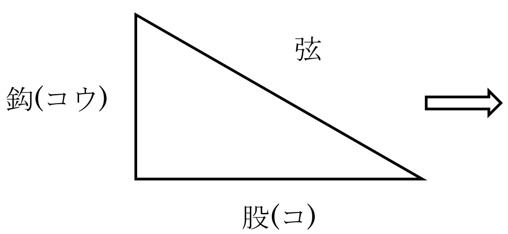
文字式が可能なので、方程式の係数にも文字係数を使った方程式も扱える様になった。

$\boxed{\begin{array}{l} |||\text{甲} \\ \ \ |\text{乙} \end{array}}$　　|||甲
|乙
合矩

(ア)　(イ)

左の(ア)は、四角囲いをしているので、方程式を意味する。(イ)は、四角囲いの代わりに「矩合(くごう)」の文字を入れて方程式を表した。(ア)と(イ)両者とも、３甲＋乙$x = 0$　という文字係数を使った方程式である。

下記は「矩合」を使っているが、方程式ではない。文字を使った式の「等式」である。



「鈎股弦(コウコゲン)」
＝直角三角形の事
鈎＝勾(コウ)＝勺(ツリ)、
股＝殳(コ)、
弦＝玄(ゲン・ツル)

|勺巾
|殳巾
$\cancel{|}$玄巾
合矩

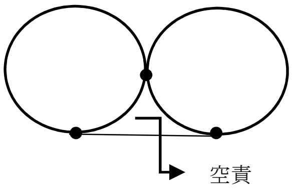
(ウ)

左の(ウ)の式は、
勺巾＋殳巾－玄巾＝０である。
冪・巾(べき)は２乗の事であり、
勺^2＋殳^2－玄^2＝０　である。
現代数学のピタゴラスの定理を天竄術・傍書法で表現したものだ。

この様に、文字を使った等式も表現できる。

和算の算聖と云われる関孝和の「天竄術(てんざんじゅつ)」又は「傍書法(ぼうしょほう)」によって、数字係数・文字係数の方程式や、文字を使った等式も表現され、現代数学と同様の表現がなされていました。方程式や等式を、縦型で表現しているのです。住吉神社の算額の３つの問の算木記号は、和算記号であり、縦型の和算の方程式だと考えることができます。

３．補論―第１問目の和算記号について。



出題は、「如図有空責　問等円至」より、問は、「左図で空責の面積が或る値である時、２つの等円の直径の長さを問う？。」という意味です。

求めたい等円直径をx、空責の面積をm　として考える。

下記の漢文(ア)(イ)(ウ)(エ)は答えで、この答は現代数学の解と一致し、正しいものである。

(ア)「故本術曰・・・」

(イ)「置一箇　減円積率　余　名天」　→　１－円積率　これを天と名付ける。

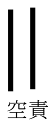
(ウ)「以　乗空責二段　平方開之　得数以天除之」→（空責×２）÷天　を√で開く。

(エ)「得等円至　合問」→(ウ)が、求める直径である。

上の(イ)の円積率とは、和算では、円の面積＝$\dfrac{\pi}{4}\times$直径$\times$直径　で計算し、$\dfrac{\pi}{4}$を円積率と呼んだ。従って、答の漢文(ウ)は、「(空責×２)÷(１－円積率)　を√で開く」とあるので、

$$x=\sqrt{\frac{(\text{空責}\times 2)}{(1-\text{円責率})}}\quad \text{だから、}\quad x=\sqrt{\frac{2m}{1-\dfrac{\pi}{4}}}\quad \cdot\cdot\cdot ①\quad \text{が答である。}$$

さて、論点である、下記の和算記号であるが、「四角囲い」や「矩合(くごう)」がないが、前後の書き方からは、方程式と判断できて、下記の様な意味をもつと推定できる。



→　２×空責　→　$2m$　←(定数項)

→　「空位」　→　０　←(xの項)

→(１－円積率)？→$\left(1-\dfrac{\pi}{4}\right)$　←(x^2の項)

左は方程式だから、左辺＝０の筈。式は、

２×空責＋０ x ＋(１－円積率) x^2 ＝０

各項の係数が正の数だから、xは求めれない。重要な事だが、この式はマイナス記号が省略して記述されている。

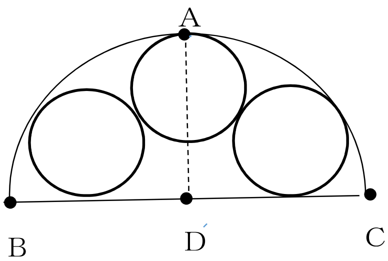
さらに、の記号は、一般的な記号ではない　と思える。問題内容から、(１－円積率)を意味する記号として使ったと、筆者は、推定する。

この第１問目の和算記号は、縦型の２次方程式であるが、各項の係数は「プラス」で書いており、「マイナス」記号が省略されている。この事を考慮して、この縦型方程式は、

$$-2m+0x+\left(1-\frac{\pi}{4}\right)x^2=0\quad\rightarrow\quad -2m+\left(1-\frac{\pi}{4}\right)x^2=0\quad \cdot\cdot\cdot ②\quad \text{である。}$$

②式を計算しxを求めると、漢文の答え①に一致する。和算記号は、漢文の答を出す直前の方程式であり、現代数学式の②に当たる縦型の２次方程式だったといえるでしょう。

４．補論―第２問目の和算記号について。



出題は、「如図　矢若干　玄若干　問円至」とあり、「矢(し)＝弓型の高さが或る値になり、玄の長さが或る値になる時、3個の等円の直径の長さを問う？。」である。

求めたい等円の直径をx、矢＝ＡＤの長さをa、玄＝ＢＣの長さをb、として、xを求めます。

答は、下記漢文(ア)(イ)(ウ)であるが、現代数学で解いた答えと一致し、正しく解かれています。下記①が答えです。

(ア)「故本術云」

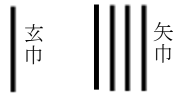
(イ)「置玄巾　以矢除之　加矢八段　名極」→　玄巾÷矢＋８×矢　を極と名付ける。

$$\rightarrow \quad b^2 \div a + 8\times a \quad \rightarrow \quad \frac{b^2}{a}+8a \quad \rightarrow \quad \frac{b^2+8a^2}{a} \quad \cdots 極$$

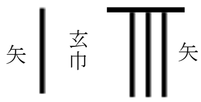
(ウ)「置玄巾　加矢巾四段　以　極除之」→　(玄巾+４×矢巾)を極で割る。

$$\rightarrow \left(b^2+4a^2\right)\div 極 \rightarrow \left(b^2+4a^2\right)\div\frac{b^2+8a^2}{a} = \left(b^2+4a^2\right)\times\frac{a}{b^2+8a^2} = \frac{a\left(4a^2+b^2\right)}{8a^2+b^2} \quad \cdots①$$

さて、論点である算木の記号についてです。縦型の１次方程式だと考えられます。



→　b^2　$4a^2$　←(定数項)　　上段は、$\left(b^2+4a^2\right)$



→　$\frac{b^2}{a}$　$8a$　←(xの項)　　下段は、$\left(\frac{b^2}{a}+8a\right)=\frac{b^2+8a^2}{a}$

ここも、問１と同様に、係数の「マイナス」記号が書かれていないが、下記②の１次方程式を記述したと思われます。

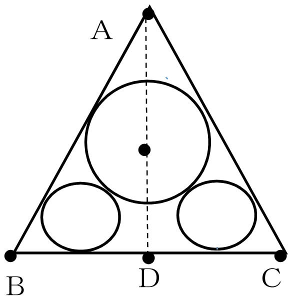
$$-\left(b^2+4a^2\right)+\left(\frac{b^2+8a^2}{a}\right)x \; = 0 \quad \cdots②$$

②式から　$\left(\frac{b^2+8a^2}{a}\right)x \; = \left(b^2+4a^2\right) \quad \rightarrow \quad x = \left(b^2+4a^2\right)\div\left(\frac{b^2+8a^2}{a}\right) = \frac{a\left(b^2+4a^2\right)}{b^2+8a^2}$

漢文の解①と一致します。

和算記号は、問１と同様に「マイナス」記号を省略した、縦型の１次方程式であり、現代数学の式②を表現したものと云えるでしょう。

５．補論―第３問目の和算記号について。



出題は､｢如図　三角面　大円至若干　問小円至｣とあり､｢正三角形の一辺の長さと大円の直径の長さが、或る値の時、２個の等しい小円直径の長さを問う」である。

小円の直径をx、正三角形の一辺をa, 大円直径をb　として、xを求める

答は、下記漢文(ア)～(キ)で長い説明ですが、現代数学の解と一致しており、正しい解答です。

(ア)「故本術云・・・」

(イ)「置三箇開平方　二約之　名甲　　以除三角面巾　名乙」→　３を√で開き２で割り、甲と名付け、三角面巾を甲で割り、乙と名付ける。　→　正三角形の一辺の２乗÷甲…乙

→　$\sqrt{3}\div 2=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　甲と名付ける　…①、$a^2\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{2a^2}{\sqrt{3}}$　乙と名付ける　…②

(ウ)「置甲乗大円至巾　加乙　名丙」→甲×大円至巾＋乙を、丙と名付ける

→　$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times b^2+\dfrac{2a^2}{\sqrt{3}}$　丙と名付ける　…③

(エ)「置三角面　乗大径　倍之　以減丙　余乗甲四之　名丁」

→　丙－三角面×大径×２、之に甲の４倍をかけて、丁と名付ける。

→　$\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}b^2+\dfrac{2a^2}{\sqrt{3}}-a\times b\times 2\right)\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 4=2\sqrt{3}\left(\dfrac{2a^2}{\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}b^2-2ab\right)$　丁と名付ける。…④

(オ)「置大円至　以甲除之　加三角面二段　減甲因大至二段　余名戊」

→　大円至÷甲＋三角面×２－甲×大至×２を、戊と名付ける。

→　$b\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}+2a-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times b\times 2=\dfrac{2b}{\sqrt{3}}+2a-\sqrt{3}b$　戊と名付ける　…⑤

(カ)「自之減丁　余平方開之　加戊　以甲二段除之」

→　戊の２乗－丁　を√で開き、戊をたし、甲×２で割る。

→　$\left(\pm\sqrt{戊^2-丁}+戊\right)\div\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 2\right)\quad=\quad\left(\pm\sqrt{戊^2-丁}+戊\right)\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}$　…⑥

(キ)「得小円至　合問」→小円至を得る(⑥が、求めたい小円直径である)。

漢文(ア)～(キ)は長い説明になっているが、簡潔な答えは、(カ)の⑥です。そして、論点の和算記号と答えの⑥の関係についてですが、⑥が答えとして出てくる直前の方程式を⑥から逆算して求め、この逆算式と比較してみれば、その関係を知ることができるでしょう。⑥を逆算した方程式を求めてみましょう。

$x=\left(\pm\sqrt{\text{戊}^2-\text{丁}}+\text{戊}\right)\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}$　　…⑥　→　両辺×$\sqrt{3}$より、$\sqrt{3}x=\pm\sqrt{\text{戊}^2-\text{丁}}+\text{戊}$

戊を左辺に移行し、√をはずす為に両辺を２乗する、

$\sqrt{3}x-\text{戊}=\pm\sqrt{\text{戊}^2-\text{丁}}$　→　$\left(\sqrt{3}x-\text{戊}\right)^2=\text{戊}^2-\text{丁}$

２乗を計算、$3x^2-2\sqrt{3}\text{戊}x+\text{戊}^2=\text{戊}^2-\text{丁}$　整理して、$3x^2-2\sqrt{3}\text{戊}x+\text{丁}=0$　…⑦

漢文(カ)の⑥から逆算して求めた式が、⑦の２次方程式です。

そして、戊は(オ)の⑤、丁は(エ)の④から、数字・文字に直すと、

$$3x^2-2\sqrt{3}\left(\frac{2b}{\sqrt{3}}+2a-\sqrt{3}b\right)x+2\sqrt{3}\left(\frac{2a^2}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}b^2}{2}-2ab\right)=0$$ …⑧　になります。

一方、論点である和算記号について以下考察してみます。まずもって、和算記号を、現代数学の数字文字に直します。　→　「三角巾」＝正三角形一辺の長さの２乗＝a^2、「三角面」＝正三角形一辺＝a、「大巾」＝大円直径の２乗＝b^2、「大」＝大円直径＝b、

＊「中勺・中」＝本来、正三角形の高さ＝$a\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$だが、$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$の意味で使っている。

中勺｜三角巾　→三角巾÷中勺＝$a^2\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{2a^2}{\sqrt{3}}$

｜大巾 中勺　→中勺×大巾＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times b^2$

｜｜大　→２×大＝$2b$

｜｜三角面　→２×三角面＝$2a$

｜｜大中　→２×大×中＝$2\times b\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}b$

中勺｜大　→大÷中勺＝$b\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{2b}{\sqrt{3}}$

｜中勺　→　$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

和算記号は、文字数字に置き換え縦型２次方程式と考えれば下記の意味になっています。

｜｜大	｜大巾 中勺	中勺｜三角巾	→	（ $2b$	$\dfrac{\sqrt{3}b^2}{2}$	$\dfrac{2a^2}{\sqrt{3}}$ ）	←	定数項
中勺｜大	｜｜大中	｜｜三角面	→	（ $\dfrac{2b}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}b$	$2a$ ）	←	xの項
	｜中勺		→	（	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	）	←	x^2の項

この和算記号の縦型方程式を、現代数学の式にすると、

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 \quad + \quad (\quad \frac{2b}{\sqrt{3}} \quad \sqrt{3}b \quad 2a \quad) \quad x \quad + \quad (\quad 2b \quad \frac{\sqrt{3}b^2}{2} \quad \frac{2a^2}{\sqrt{3}} \quad) = 0 \quad \cdots⑩$$

これで、漢文の答えの元となった方程式⑦⑧と和算記号の式⑩との比較ができます。

$$3x^2 - 2\sqrt{3}\text{戊}x + \text{丁} = 0 \quad \cdots⑦$$

$$3x^2 - 2\sqrt{3}\left(\frac{2b}{\sqrt{3}} + 2a - \sqrt{3}b\right)x + 2\sqrt{3}\left(\frac{2a^2}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}b^2}{2} - 2ab\right) = 0 \quad \cdots⑧$$

でした。

⑧と⑩を比較し易くする為に、⑧の符号と「(　)内の項」の順を変え、

$$3x^2 + 2\sqrt{3}\left(-\frac{2b}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}b - 2a\right)x + 2\sqrt{3}\left(-2ba + \frac{\sqrt{3}b^2}{2} + \frac{2a^2}{\sqrt{3}}\right) = 0 \quad \cdots⑧$$

更に、⑧×$\frac{1}{2\sqrt{3}}$　をして、⑧の x^2 の係数を、⑩の x^2 の係数に揃えると、

⑧は、$$\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \left(-\frac{2b}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}b - 2a\right)x + \left(-2ba + \frac{\sqrt{3}b^2}{2} + \frac{2a^2}{\sqrt{3}}\right) = 0 \quad \cdots⑨$$

になります。

ここで、⑩と⑨(⑨と⑧は、係数は異なるが同一の方程式です)の係数を比較して下さい。

和算記号の式⑩		漢文の答から逆算した式⑨	
$(2b \quad \frac{\sqrt{3}b^2}{2} \quad \frac{2a^2}{\sqrt{3}})$	←定数項→	$(-2ba + \frac{\sqrt{3}b^2}{2} + \frac{2a^2}{\sqrt{3}})$	←$2b$ と $2ba$ が相違
$(\frac{2b}{\sqrt{3}} \quad \sqrt{3}b \quad 2a)$	←x の項→	$(-\frac{2b}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}b - 2a)$	←数字は同じ
$(\frac{\sqrt{3}}{2})$	←x^2 の項→	$(\frac{\sqrt{3}}{2})$	←数字は同じ

上の比較から、次のことが言えます。

〇「中勾」・「中」を、本来、正三角形の高さ・長さであるが、三角比 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ としています。

〇和算記号で一箇所誤記と推定できるものがあります($2b$ は誤りで、正しくは $2ba$)。

誤り→ ||大　　　正しい→ ||大 三角面

〇上記二点を考慮した上で、和算記号は、「マイナス」記号を省いた各項の数字を表示したもので、漢文の答がでる直前の縦型の２次方程式だったと推定できます、これが結論です。